მოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

| | |
|---|---|
| მაგიდა № 10 | 01.05.2013/ მათ/IV/ 395 |
| ამოცანა № 1 | გვერდი № 1 |

[illegible] 2 რიცხვი $a, b$ და $a > b$ [illegible] ან

$b+1, a,$ ან $a-1, a.$ ~~[illegible]~~ $(a, b \in N)$ $a-1 < a$ და [illegible]
[illegible] $b+1 > a$ [illegible]
[illegible] ან $b < a$ და $b+1 < a+1$ და $b+1$ [illegible]
[illegible] 2 [illegible]
[illegible] (ან [illegible]
[illegible] $(a,b)$ [illegible]
[illegible] $c, a$ [illegible] $c \leq a$) ([illegible] $b+1 \leq a,$ $a-1 < a$))

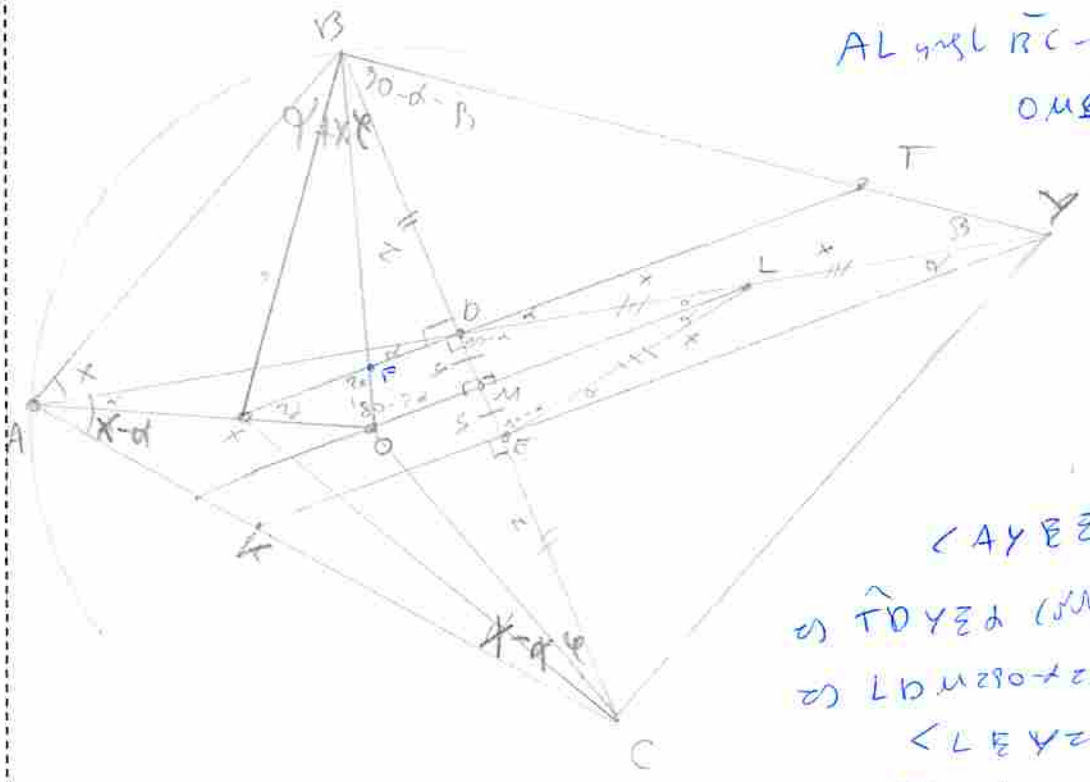
შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

| მაგიდა № 10 | 01.05.2013/ მათ/IV/ 395 |
|---|---|

ამოცანა № 2 გვერდი № 1




$AL$ [illegible] $BC$-ს [illegible] $BLC$ [illegible]

$OM$ [illegible] $B$ [illegible] $BC$-ს [illegible]

[illegible] $OM \perp BC$

$OMC$ [illegible]

$\angle AYE = \alpha$ [illegible]

[illegible] $\widehat{TDY} = \alpha$ ([illegible]) [illegible]

[illegible] $\angle DMC = 90 - \alpha$ [illegible] $DLM = \alpha = MLE$

$\angle LEY = \alpha$ ([illegible]) [illegible]

[illegible] $EL = LY = DL = x$

$TYDER$ [illegible] $\widehat{DBT} = 90 - \alpha - \beta$

[illegible] $\overline{AD} = \alpha$ $\angle DAO = \alpha$ [illegible] $AOC$ [illegible] $\angle BAD = x = \angle DAC$

$\triangle AOC$ [illegible] $\triangle BAO$ [illegible] $\angle OCA = x - \alpha$ $\angle OBA = \alpha + x$

$\triangle OBC$ [illegible] $\angle OBC = \angle BCO = \varphi$ [illegible] $\overset{\frown}{BC} = 2x = MOC = 2x$ [illegible] $\alpha = 90 - 2x$

$\angle AOL = 180 - 2\alpha$ $\triangle AOL$-[illegible] [illegible] $XODM$ [illegible] $\angle DXO = 2\alpha$

[illegible] $\varphi = 90 - 2x$ [illegible] $\angle XFO = 2x$

$\angle ABC = \alpha + x + 90 - 2x = 90 - (\alpha - x)$ $\angle BCA = 90 - 2x ~~- \alpha + x = 90 - (2x - \alpha)~~$

$= 90 - (x - \alpha)$

$ML = x\cos\alpha$ $ME = y = DM = \sin\alpha x$

$$\frac{2\sin\alpha x + z}{BY} = \sin(\alpha + \beta)$$

მოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 10

01.05.2013/ მათ/IV/ 395

ამოცანა № 6

გვერდი № 1

$(m^2+n)(n^2+m)=2(m-n)^3$ [illegible] $\vdots 2$ და [illegible] $\vdots 2$ და

და [illegible] 2 [illegible] ან $(m^2+n)\vdots 2$ ან $(n^2+m)$ თუ $m^2+n \vdots 2$ და ან [illegible]

[illegible] ან [illegible] $(m, n)$ [illegible] თუ $m^2$ [illegible] და $m$-ც [illegible]

და თუ $m^2$ [illegible] $m$-ის [illegible] და $n^2+m$-ც [illegible] 2-ზე. [illegible]

ა) $m=2k+1$ $n=2t+1$

$$((2k+1)^2+2t+1)((2t+1)^2+2k+1)=2(2k-2t)^3=2\cdot 8(k-t)^3$$

$$(4k^2+4k+2+2t)(4t^2+4t+2+2k)=16(k-t)^3$$

$$\cancel{4}(2(k^2+k)+t+1)(2(t^2+t)+k+1)=\overset{4}{\cancel{16}}(k-t)^3$$

[illegible] $+x+1$ და [illegible] $+y+1$

[illegible] $(2x+1)$ [illegible]

[illegible] $x$ და $y$ [illegible]

თუ [illegible] $m=2k+1$ და თუ $k=2l+1$, და [illegible]

[illegible] $p+1$ [illegible] და [illegible] $+$ [illegible] და [illegible] $\vdots 2$, [illegible]

[illegible]

[illegible]

თუ [illegible] $2\cdot$ [illegible] $+x+1$ და $x$ [illegible] და $x+1=p+2$ $\frac{p+2}{2}=$ [illegible]$+1$.

[illegible] $y+1$ [illegible] $+1$ [illegible] $y$ [illegible] 2-ის [illegible]

2-2 [illegible]

[illegible] $2(k^2+k)$ [illegible] $k$-[illegible] და $k^2+k$ [illegible] 2 [illegible]

[illegible] $\cancel{k}$ [illegible] $p+2$ [illegible]

([illegible] $+1$) $\cdot 2$ [illegible]

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 10 | 01.05.2013/ მათ/IV/ 395

ამოცანა № 6. | გვერდი № 2.

[illegible] $2(k^2+k)$

$k$ [illegible] $=2n+1$ [illegible] $2k(k+1) = 2(2n+1)(2n+2)$ [illegible]

$= 2(2n+1)(2n+2) = 2(2n+1)(k+1)$ [illegible]

[illegible] $k+1$ [illegible]

[illegible] $k+1 = 2n+2$ [illegible]

[illegible] $k$ [illegible]

[illegible] $2(k+1)(k) + t + 1$ [illegible] $t$ [illegible]

[illegible] $(2(k+1)x + t+1)\cdot(2(t+1)y + k+1)$ [illegible]

[illegible] $k$ [illegible] $t$ [illegible] $1 \cdot 1 = 2$ [illegible] $(2(2n+2)x + 2t+2)\cdot(2(2t+2)y + 2n+2)$

[illegible] $(2(k+1)x$ [illegible] $+ t+1)\cdot$

$\cdot(2(t+1)\cdot y$ [illegible] $+ k+1)$, [illegible]

[illegible]

[illegible] $(x-y)^3 = (2a+1-2b-1)^3 = 8(a-b)^3$,

$(m-n)^3$ [illegible] $2^3$ [illegible] $m-n$ [illegible]

[illegible]

[illegible] $n$ [illegible]

$$(2(m+1)x + n+1)(2(n+1)y + m+1) = 2^3\cdot k(m-n)^3$$

[illegible] $m$ [illegible] $n$ [illegible] $m, n$ [illegible]

[illegible] $m = 2k+1$, [illegible] $k = 2a+1$ [illegible] $k < m$ [illegible] $a < k$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 10

01.05.2013/ მათ/IV/ 395

ამოცანა № 6

გვერდი № 3

[illegible]

8) [illegible] m და n [illegible], $m=2k$ $n=2t$ [illegible]

ა) $$(4k^2+2t)(4t^2+2k)=2\cdot 2^3(k-t)^3$$

$$4(2k^2+t)(2t^2+k)=84\cdot 4(k-t)^3$$

[illegible] 1-ლ [illegible] 2-ზე [illegible] k [illegible] t [illegible] $2^?$ [illegible] 2-ის [illegible] $k^2+t$ [illegible] $t^2+k$ [illegible] $(2xk^2+t)(2y\,t^2+k)=4\ell(k-t)^3$ [illegible] $t;2$ $k;2$, $t=2n$, $k=2m$

$$(2x\cdot 4m^2+2n)(2y\cdot 4n^2+2m)=4\ell(2m-2n)^3$$

$$4(4m^2x+n)(4n^2y+m)=4\ell\cdot 8(m-n)^3$$

[illegible] $$(2m^2\cdot(2x)+n)(2n^2(2y)+m)=4\cdot(2\ell)(m-n)^3$$ [illegible]

[illegible] $m<k$ და $n<t$ [illegible] $k\neq m$ და $t\neq n$ [illegible] N [illegible] 2-ზე [illegible] 1-ზე [illegible]