შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 17

01.05.2013/ მათ/IV/384

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

b-ს ჩავსვათ ველზე რაღაც c რიცხვს. $b \leq c \leq a \Rightarrow$ რიცხვი რომელიც [illegible]

[illegible]

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 17

01.05.2013/ მათ/IV/ 384

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

და ა.შ. სანამ არ I რიცხვს არ დავამთხვევთ რიგში. რადგან
ეს რიცხვი რიგში დაზიანდება, მაშინ ყოველთვის მინიმუმ 1 მოთამაშის
შეიცვლება და შემდეგ განხილულ ჩვენი სასურველი მოთამაშე და
არ მინიმუმ, სანამ რიგში რიცხვები წინაშე არ დალაგდება
და ერთი დაიწყოს შესაცვლელი მოთამაშე, არა 3 რიცხვი დაიცდება

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 17

01.05.2013/ მათ/IV/384

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

$(m^2+n)(n^2+m)>0$ ამიტომ $2(m-n)^3>0$ ანუ $m>n$.

$(m^2+n)(n^2+m)=2(m-n)^3 \Rightarrow m^2n^2+n^3+m^3+mn=2m^3-6m^2n+6mn^2-2n^3 \Rightarrow$

$\Rightarrow 3n^3-m^3+6m^2n-6mn^2+m^2n^2+mn=0 \Rightarrow 3n^3-m^3+mn(6m-6n+mn+1)=0$

რადგან $m>n$ დავუშვათ რომ $m=kn$ $(k\in Q, k>1)$.

~~[illegible]~~ $3n^3-m^3+mn(6m-6n+mn+1)$ გამოსახულების მნიშვნელობა k-ს მნიშვნელობის ზრდასთან ერთად მიისწრაფვის 0-საკენ. ანუ რაც უფრო მეტია k მით ნაკლებია გამოსახულების მნიშვნელობა.

$3n^3-k^3n^3+6k^2n^3-6kn^3+k^2n^4+kn^2=0$

$n^2(3n-k^3n+6k^2n-6kn+k^2n^2+k)=0$

$k^2n^2+n(6k^2+3-k^3-6k)+k=0$

იმისათვის რომ n ამოიხსნებოდეს, დისკრიმინანტი უნდა იყოს მეტი 0-ზე

$D=(6k^2+3-k^3-6k)^2-4k^3\geq 0$

$6k^2+3-k^3-6k-2\sqrt{k}\geq 0$ აქედან შეგვიძლია დავასკვნათ რომ $k<4$.

მაქსიმალური $k<4$ ნიშნავს უნდა ჩავსვათ რომ $m=4n$

ამ მნიშვნელობის I გამოსახულებაში ჩასმით ვიღებთ რომ

$3n^3-64n^3+4n^2(24n-6n+4n^2+1)=0$

$3n^3-64n^3+72n^3+16n^4+4n^2=0$

$11n^3+16n^4+4n^2=0$ რაც შეუძლებელია რადგან $n>0$.