



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
 შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო
 ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4

30.04.2013/ მათ/III/ 251

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$x^3y^3 + x^3z^3 - 2012xyz = 4024$
 ვიპოვოთ x -ის ისეთი მნიშვნელობა რომელიც მარცხენა მხარე მარტყვენაზე შეყრია.
 $x^3y^3 + x^3z^3 - 2012xyz > 4024$
 $x^3y^3 + x(y+a)(x^2+(y+a)^2 - 2012y) > 4024$
 გვინდა რომ მარცხენა მხარეს გამოსახულება იყოს პირიშაღყოში
 ამისთვის a უნდა იყოს ისეთი შეიძლება მართონ a უნდა იყოს
 შეიძლება იყოს a პოზიტიური პირიშაღყოში მნიშვნელობა.
 თუ $a=0$ მაშინ $y=z$.
 $x^3y^3 + xy(x^2y^2 - 2012y) = 4024$
 როგორც ჩანს y იას უფრო დიდი იქნება გამოსახულებას
 უფრო დიდი იქნება $\Rightarrow y$ უნდა იყოს ისეთი შეიძლება უფრო
 როგორც ვიხილოთ $y \geq x \Rightarrow 2xy$ -ის ყველაზე მარტივი მნიშვნე-
 ნელობაა $x \Rightarrow x^6 + x^2(x^4 - 2012x) > 4024$
 $x^6 + x^6 - 2012x^3 > 4024$
 $x^3(2x^3 - 2012) > 4024$
 $x^3(y^3 + z^3) = 2012xyz + 4024$
 როგორც ჩანს მხოლოდთი მარცხენა მხარე იყოს x -ზე.
 $2012xyz \div x \Rightarrow 4024 \div x$



შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 54-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა № 4

30.04.2013/ მათ/III/251

ამოცანა № 1

გვერდი № 2

4024-ის გაშეშებაა $1, 2, 4, 8, 16, \dots$

მაგნიტის ნიშნის ანუ $x^3(22x^3 - 2017) \leq 4024 \Rightarrow$
 x^3 და შესესე შეუი 4024-ის ამსუღისი ტაშეშეი ან გაშე-
 ტაფეცეა. დაშენი ტეშთხვევაში ნოსა $x=1, 2, 4, 8$
 აუ $x=8$ მაძინ

$8^3(y^3 + z^3) = 2017 \cdot 8 \cdot y \cdot z + 4024$

მაშესენა მხარე იყავა 32-ზე 2017 $\cdot 8 \cdot y \cdot z$ იყავა
 32 ნოლო 4024 ანა, $x=$
 შე $x=4$

მაშესენა მხარე იყავა 16-ზე 2017 $\cdot 4 \cdot y \cdot z$ იყავა 16-ზე
 ნოლო 4024 ანა ანუ ანა ეს ან გამოგვაფეცეა.
 იუ $x=2$ მაძინ

$2^3(y^3 + z^3) = 2017 \cdot 2 \cdot y \cdot z + 4024$

$y^3 + z^3 = 503yz + 503$

$y^3 + z^3 = 503(yz + 1)$

$(y+z)(y^2 - yz + z^2) = 503(yz + 1)$