

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 028

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$x^3 + y^3 + z^3 = 2011^{2011}$

გ-ს. $2011^{2011} \equiv 4 \pmod{9}$ კვანძებით ნაშთი ერთიველი
 $\equiv 4^{2011} \equiv 4 \pmod{9}$ $\varphi(9) = 3^2 - 3 \cdot 2 = 6$

კვანძო $x^3 -$ ის ზედიზედ კვანძებს გ სხვადასხვა

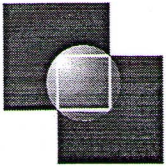
$x \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 0 \pmod{9}$
$x \equiv 1 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 1 \pmod{9}$
$x \equiv 2 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv -1 \pmod{9}$
$x \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 0 \pmod{9}$
$x \equiv 4 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 1 \pmod{9}$
$x \equiv 5 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv -1 \pmod{9}$
$x \equiv 6 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 0 \pmod{9}$
$x \equiv 7 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv 1 \pmod{9}$
$x \equiv 8 \pmod{9} \Rightarrow$	$x^3 \equiv -1 \pmod{9}$

ახე შეზღუდულია ხუცვალ ნების ვ-ს, კუმვალს ნების
 კვანძის ან $\equiv 1$ ან $\equiv -1$ ან 0 .

$x^3 + y^3 + z^3 \equiv 4 \pmod{9}$ \checkmark $1, -1, 0$ ვიხ ზედიზედ 4-ის
 ვარიანტები

ახე $x^3 + y^3 + z^3 \equiv 2011^{2011} \pmod{9}$ $x, y, z \in \mathbb{N}$

პ.ბ.შ



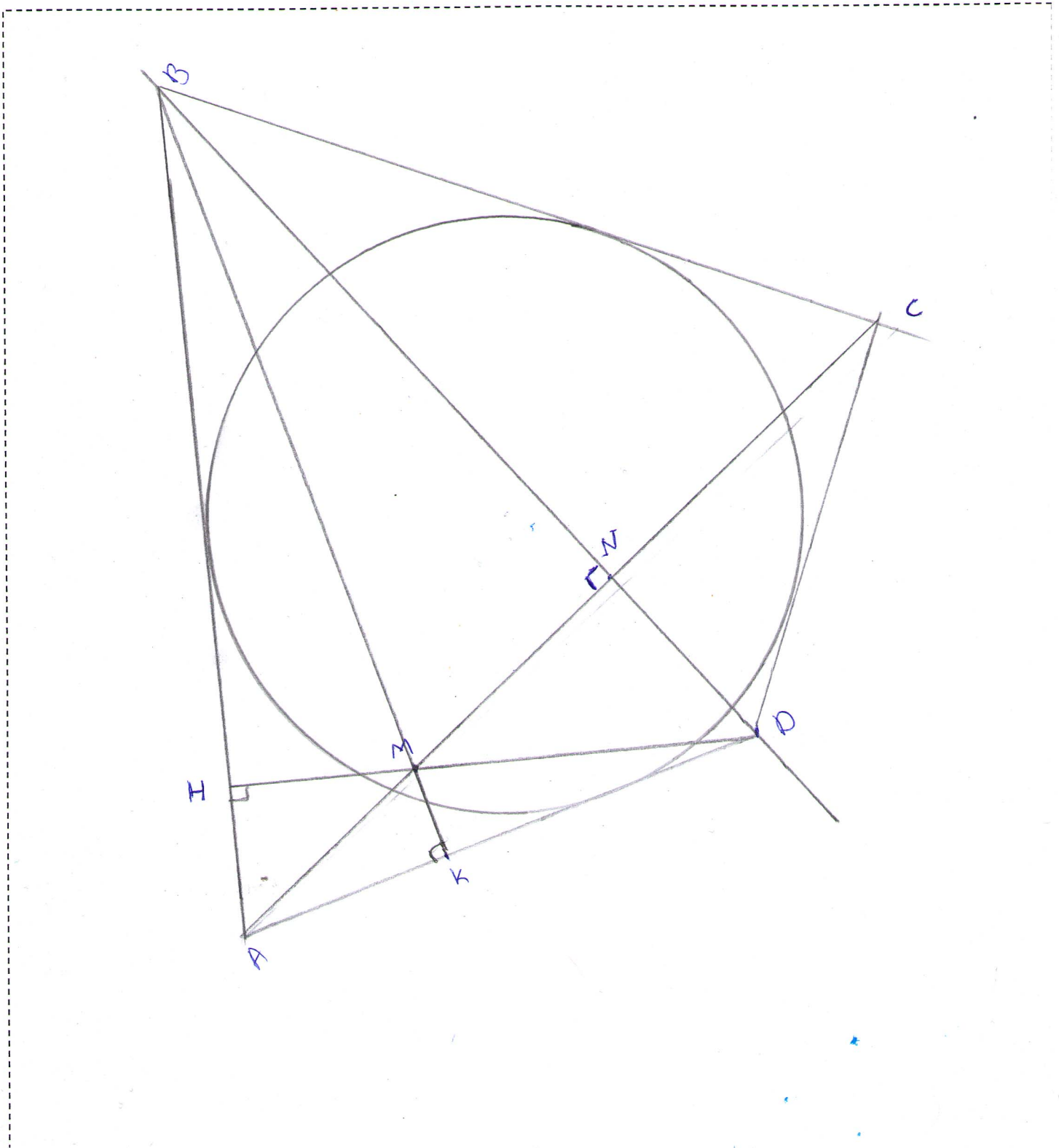
შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო
ოლიმპიადისათვის

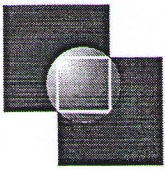
მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 028

ამოცანა № 2

გვერდი № 1





მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 028

ამოცანა №

2

გვერდი №

2

$$\Delta HBD \sim \Delta NBA \quad \angle HBD = \angle NBA \quad \angle BDH = \angle BAN \quad \angle DHB = \angle ANB$$

$$\frac{HB}{NB} = \frac{BD}{AB} = \frac{HD}{AN} \quad (1)$$

$$\Delta AMH \sim \Delta ABN$$

ჯვარედინი კონსტრუქცია

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MH}{BN} = \frac{AH}{AN} \quad (2)$$

$$\Delta BKA \sim \Delta BHM$$

ჯვარედინი კონსტრუქცია

$$\frac{BK}{BH} = \frac{AK}{HM} = \frac{AB}{BM} \quad (3)$$

$$(3) \text{ ებ } AB = \frac{BK \cdot BM}{BH} \quad \text{ბოლო } (1) \text{ ებ } AB = \frac{NB \cdot BD}{HB} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow BK \cdot BM = NB \cdot BD.$$