შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 030

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

$x^3+y^3+z^3=2011^{2011}$. ვნახოთ რა ნაშთს გვაძლევს 2011^{2011} 9-ზე გაყოფისას. 2011 გვაძლევს 9-ზე გაყოფისას ნაშთს 4-ს (2+0+1+1).

2011^2 – 7-ს (დავაკვირდეთ ნაშთებს)

2011^3 – 1-ს.

2011^4 – 4-ს. ნაშთი გამეორდა 4. ე.ი. მივიღებთ ნაშთების მიმდევრობას:

4; 7; 1; 4; 7; 1; 4; 7 ...

ე.ი. 3-ის ჯერადი ხარისხები გვაძლევენ ნაშთს 1-ს, ხოლო 2010:3 ე.ი. 2011^{2011} მოგვცემს ნაშთს 4-ს 9-ზე გაყოფისას.

განვიხილოთ რა ნაშთებს გვაძლევს 9-ზე გაყოფისას ნატურალური რიცხვის კუბი.

a-ს ნაშთი　　9-ზე გაყოფისას a^3-ის ნაშთი (კუბის).

a	a^3
0	0
1	1
2	8
3	0
4	1
5	8
6	0
7	1
8	8

ე.ი. არის სულ 3 განსხვავებული ნაშთი. 0, 1 და 8. ამ 3 რიცხვიდან რა ნაშთიც არ უნდა მოგვცეს x^3; y^3 და z^3-მა 9-ზე გაყოფისას მათი ჯამი 9-ზე გაყოფისას 4 ნაშთს ვერ მოგვცემს ვერანაირი კომბინაციით ე.ი. $x^3+y^3+z^3=2011^{2011}$ განტოლებას არ აქვს ამონახსნი ნატურალურ რიცხვებში.

SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

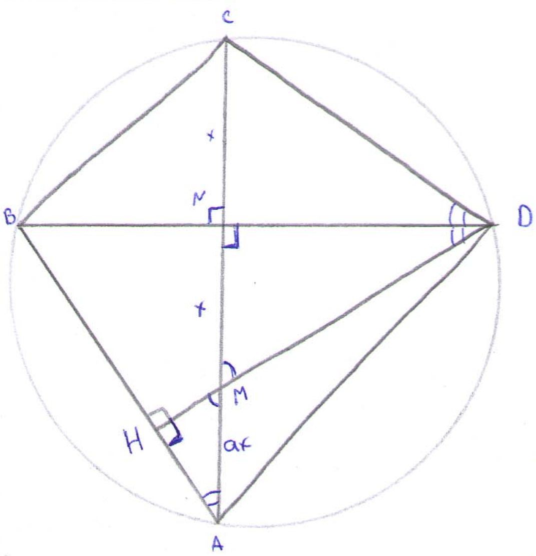
შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 030

ამოცანა № 2

გვერდი № 1



~~(DH სიმაღლე AB)~~

$MN \equiv x$

ე.ი. $AM = ax$

$\angle AMH = \angle NMD$ როგორც ისინი ვერტიკალურები არიან

Δ HMA-ს და Δ NMD-ს აქვთ 2 ტოლი კუთხე ე.ი. მესამე კუთხეებიც ტოლები აქვთ, ანუ $\angle HAM = \angle MDN$.

$\angle BAC$ და $\angle BDC$ ეყრდნობიან BC-ზე რკალს. ე.ი. ისინი ტოლები არიან. Δ DMC-ში DN არის სიმაღლეც და ბისექტრისაც. ე.ი. ΔDMC ტოლფერდაა. ე.ი. DN მედიანაცაა. ანუ $MN = NC = x$.

$AM = ax$. $AC = ax+x+x$.

$$\frac{AM}{AC} = \frac{ax}{ax+2x} = \frac{a}{a+2}.$$