შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 018

ამოცანა № 1

გვერდი № 1

განვიხილოთ რიცხვის კუბის 9-ზე გაყოფისას მიღებული ნაშთები.

x	x^3
0	0
1	1
2	8
3	0
4	1
5	8
6	0
7	1
8	8

ე.ი. რიცხვის კუბი 9-ზე გაყოფისას გვაძლევს ნაშთებს 0, 1, 8.

ახლა განვიხილოთ

$2011 \equiv 4 \pmod 9$

$2011^3 \equiv 4^3 \equiv 1 \pmod 9 \Rightarrow$ ანუ $2011^3 \equiv 1 \pmod 9$ და $\Rightarrow$

$\Rightarrow 2011^{2010} \equiv 1 \pmod 9 \Rightarrow$

$2011^{2011} \equiv 2011 \equiv 4 \pmod 9 \Rightarrow$ ე.ი.

$\Rightarrow 2011^{2011} \equiv 4 \pmod 9$ ანუ 2011^{2011} 9-ზე გაყოფისას ნაშთი გვექნება 4ს. რიცხვის კუბი 0, 1, 8 ს. [illegible] 3 კუბის ჯამი [illegible] ვერ [illegible] ნაშთად 4ს. 9-ზე გაყოფისას

0, 0, 0 არ [illegible]

0, 0, 1 არ [illegible]

0, 1, 1 არ [illegible]

1, 1, 1 არ [illegible]

1, 1, 8 არ [illegible]

1, 8, 8 არ [illegible]

8, 8, 8 არ [illegible]

8, 8, 0 არ [illegible]

8, 0, 0 არ [illegible]

8, 1, 0 არ [illegible]

ე.ი. ჩვენ განტოლებას [illegible] არ [illegible] ამონახსნი [illegible]

რ.დ.გ.

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №	

16.04.2011/ მათ/ I/ 018

ამოცანა № 2

გვერდი № 1

თუ $\frac{AM}{MN} = a$ ვიპოვოთ $\frac{AM}{AC}$.

$\angle ABD = \angle ACD$ ერთი და იგივე რკალზე ეყრდნობა

$\angle HDB = 90^\circ - \angle ABD$ და $\angle NDC = 90^\circ - \angle DCA$

ე.ი. $\angle MDN = \angle CDN$ ე.ი. DN

ბისექტრისაც და სიმაღლეც $\triangle MDC$-ში ე.ი.

ტოლფერდაა ანუ $MN = NC$

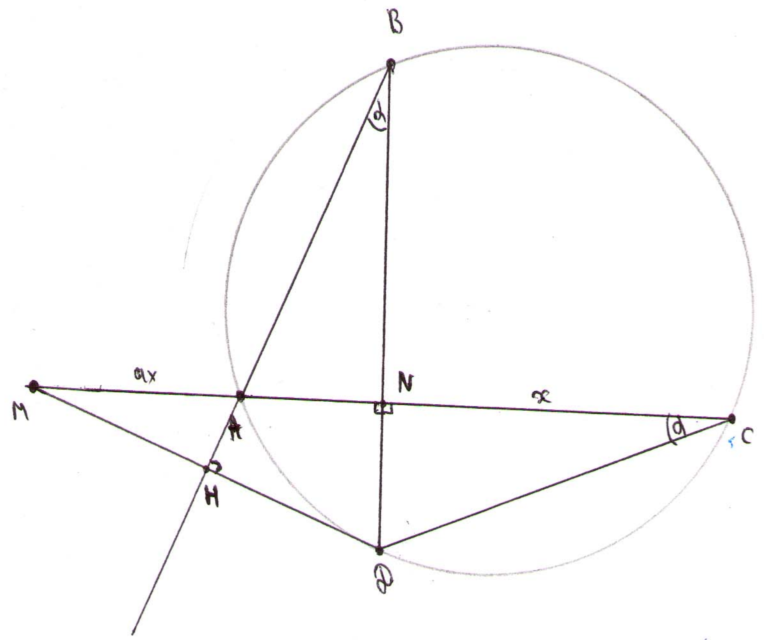
$MN = x$ $AM = a \cdot x$ მაშინ ვიღებთ

$MN = NC \Rightarrow$

$MC = 2x$ მაშინ $AC = 2x - ax$

$AM = ax$ და

$$\frac{AM}{AC} = \frac{ax}{x(2-a)} = \frac{a}{2-a}$$



პასუხი: $\frac{AM}{AC} = \frac{a}{2-a}$

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი
SHOTA RUSTAVELI NATIONAL SCIENCE FOUNDATION

შოთა რუსთაველის ეროვნული სამეცნიერო ფონდი

შესარჩევი ტურები მათემატიკის 52-ე საერთაშორისო ოლიმპიადისათვის

მაგიდა №

16.04.2011/ მათ/ I/ 018

ამოცანა № 3

გვერდი № 1

დავუშვათ რომ t მთელი რიცხვი არსებობს რომ $P(t)=0$ მაშინ კი 5 რიცხვი სხვა პირობაში მოცემული 2011-ის ტოლი მნიშვნელობის ღებულობს არგუმენტი x_1, x_2, x_3, x_4, x_5.

შევნიშნოთ რომ ჩვენ მრავალწევრისთვის პირობის თანახმად →

$P(m) - P(k) \vdots m-k$

$P(m) = a_n m^n + a_{n-1} m^{n-1} + \dots + a_1 \cdot m + a_0$

$P(k) = a_n k^n + a_{n-1} \cdot k^{n-1} + \dots + a_1 \cdot k + a_0$

$P(m) - P(k) = a_n(m^n - k^n) + a_{n-1}\cdot(m^{n-1} - k^{n-1}) + \dots + a_1(m-k)$ ვიცით $m^t - k^t = (m-k)\cdot(A)$ სადაც A მთელია და $m^t - k^t \vdots m-k$ და $P(m) - P(k) \vdots (m-k)$ და ასე შემდეგ $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \quad \begin{aligned} 2011 &= |P(x_1) - P(t)| \vdots (x_1 - t) \\ 2011 &= |P(x_2) - P(t)| \vdots (x_2 - t) \\ 2011 &= |P(x_3) - P(t)| \vdots (x_3 - t) \\ 2011 &= |P(x_4) - P(t)| \vdots (x_4 - t) \\ 2011 &= |P(x_5) - P(t)| \vdots (x_5 - t) \end{aligned}$$

სხვა შემთხვევაში $x_i = t$ და მაშინ ჩვენი მრავალწევრის მნიშვნელობა 0 იქნება რაც არ არის, თუ $x_i \neq t$ მაშინ მივიღებთ რომ $2011 \vdots (x_i - t)$ სადაც i არის 1-დან 5-მდე.

2011 მარტივია და მისი გამყოფებია $1, -1, 2011, -2011$ სულ 4 რიცხვი ჩვენ კი გვაქვს 5 რიცხვი, ე.ი. რომელიმე $x_i - t = x_j - t \Rightarrow x_i = x_j$ რაც არ არის შესაძლებელი რადგან ყველა ისინი X განსხვავებულია. ე.ი. ასეთი t არ არსებობს.

ჩ. დ. გ.