

მათემატიკის საერთაშორისო ოლიმპიადის II ტურის ამოცანები

1. ვთქვათ, მოცემულია $f : R \rightarrow R$ ფუნქცია (R ნამდვილ რიცხვთა სიმრავლეა) და ცნობილია, რომ ყოველი

$x, y \in R$ რიცხვებისთვის სრულდება უტოლობა:

$$f(x) + f(y) \geq 2f(x + y).$$

დაამტკიცეთ, რომ ყოველი $x, y, z \in R$ რიცხვებისთვის შესრულდება უტოლობა:

$$f(x) + f(y) + f(z) \geq 3f(x + y + z).$$

2. ტრაპეციის ფართობია 50 ხოლო დიაგონალების ჯამია 20. იპოვეთ ტრაპეციის სიმაღლე.

3. განიხილეთ 2011-ზე ნაკლები დადებითი მთელი რიცხვებისგან შედგენილი ყველა დალაგებული სამეულები (a, b, c) , ისეთი რომ $a + b + c$ იყოფა როგორც a -ზე, ასევე b -ზე და c -ზე. იპოვეთ ასეთი სამეულების რაოდენობა.

(დალაგებული სამეული ნიშნავს იმას, რომ ამ სამეულში დალაგებას მნიშვნელობა აქვს ანუ მაგალითად სამეული $(2, 4, 5)$ განსხვავდება სამეულისგან $(4, 2, 5)$).