მათემატიკის საერთაშორისო ოლიმპიადის I ტურის ამოცანები

1. დაამტკიცეთ, რომ $x^3 + y^3 + z^3 = 2011^{2011}$ განტოლებას არ გააჩნია ამონახსნი ნატურალურ რიცხვთა სიმრავლეში.

2. $ABCD$ ოთხკუთხედი ჩახაზულია წრეწირში. AC და BD დიაგონალები მართობულია და იკვეთება N წერტილში. ABD სამკუთხედის DH სიმაღლე AC დიაგონალს კვეთს M წერტილში. ცნობილია, რომ $AM : MN = a$. იპოვეთ $AM : AC$.

3. მოცემულია მთელკოეფიციენტებიანი პოლინომი x ცვლადის მიმართ, რომელიც x-ის ხუთი განსხვავებული მთელი მნიშვნელობისათვის ღებულობს აბსოლუტური სიდიდით 2011-ის ტოლ მნიშვნელობას. დაამტკიცეთ, რომ ამ პოლინომს არ შეიძლება ჰქონდეს მთელი ფესვი. (ანუ არ არსებობს მთელი რიცხვი რომელშიც პოლინომის მნიშვნელობა ნულის ტოლი ხდება).