II შესარჩევი წერის ამოცანების ამოხსნები

ამოცანა №1

ძელაკების დაჯახების შემდეგ პირველ ძელაკს რჩება V_0 სიჩქარე, ხოლო შეწებებული მეორე და მესამე ძელაკების საერთო V_1 სიჩქარეს ვიპოვით იმპულსის მუდმივობის კანონის გამოყენებით:

$MV_0=2MV_1$ □ $V_1=V_0/2$ (1)

პირველი ძელაკის მეორედან მესამეზე გადანაცვლების ბოლოს სიჩქარესაც იმპულსის მუდმივობის კანონის გამოყენებით ვიპოვით:

$2MV_0=3MV_2$ □ $V_2=2V_0/3$ (2)

პირველი ძელაკის მეორედან მესამეზე გადანაცვლების პროცესში ხახუნის ძალა მანძილის მიხედვით წრფივად იცვლებოდა ნულიდან □Mg–მდე. ხახუნის დაძლევაზე დახარჯული მექანიკური ენერგიაა □MgL/2, სადაც L ძელაკის სიგრძეა.

გადანაცვლების პროცესისათვის ენერგიის მუდმივობისა და გარდაქმნის კანონის გამოყენება გვაძლევს:

$$\frac{MV_0^2}{2}+\frac{2MV_1^2}{2}=\frac{\mu MgL}{2}+\frac{3MV_2^2}{2} \qquad (3)$$

(1), (2) და (3) ფორმულებიდან მიიღება, რომ

$$L=\frac{V_0^2}{6\mu g}$$

ამოცანა №2

a) დაჯახების პროცესში მუდმივია იმპულსის მომენტი დაკიდების წერტილის მიმართ:

$$mv_0L=I\omega$$

სადაც □ ღეროს შეძენილი კუთხური სიჩქარეა, ხოლო $I=ML^2/3$ – ღეროს ინერციის მომენტი. აქ უგულებელვყავით ტყვიის მასა ღეროს მასასთან შედარებით.

დაჯახების შემდეგ, გადახრისას მუდმივია მექანიკური ენერგია:

$$\frac{I\omega^2}{2}=Mg\frac{L}{2}(1-\cos\alpha)$$

b) წინა ფორმულებიდან მიიღება, რომ

$$v_0=(M/m)\sqrt{gL(1\quad\cos\alpha)/3}=(M/m)\sqrt{2gL/3}\sin(\alpha/2)$$

$$\Delta p=M\omega L/2-mv_0=\frac{mv_0}{2}=M\sqrt{\frac{gL}{6}}\sin\frac{\alpha}{2}$$

c) თუ ტყვია ღეროს მოხვდა ზედა ბოლოდან x მანძილზე, მაშინ დაკიდების წერტილის მიმართ იმპულსის მომენტის მუდმივობის კანონის თანახმად გვაქვს:

$$mv_0x=I\omega$$

რადგანაც იმპულსი არ შეიცვალა, ამიტომ

$$mv_0 = M\omega\frac{L}{2}$$

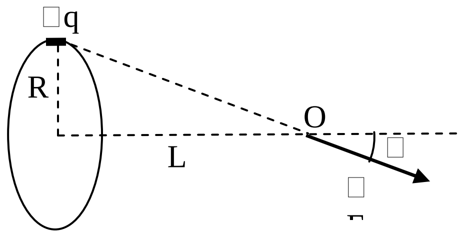
(ტყვიის მასა აქაც უგულებელვყავით ღეროს მასასთან შედარებით).

ამ განტოლებების და ინერციის მომენტის გამოსახულების გამოყენებით მიიღება:

$$x = \frac{2L}{3}$$

ამოცანა №3

გამოსახულების მეთოდის თანახმად, სიბრტყეზე ინდუცირებული მუხტის ველი იმ ნახევარსივრცეში, რომელშიც მოთავსებულია დამუხტული რგოლი, ემთხვევა სიბრტყისადმი q მუხტით დამუხტული რგოლის სიმეტრიულად მოთავსებული და (−q) მუხტით დამუხტული იმავე რადიუსის რგოლის ველს. O წერტილი, რომელშიც ვეძებთ მუხტის ზედაპირულ სიმკვრივეს, მდებარეობს ორივე რგოლის ღერძზე მათი ცენტრებიდან L მანძილზე. თითოეული რგოლის ველის დაძაბულობა ამ წერტილში მოდულით ტოლია და ერთ მხარესაა მიმართული. ვიპოვოთ ეს დაძაბულობა (იხ. ნახ.):



$$E_1 = \sum \Delta E \cos\alpha = \sum \frac{k\Delta q}{R^2+L^2}\cdot\frac{L}{\sqrt{R^2+L^2}} = \frac{kqL}{(R^2+L^2)^{3/2}}$$

რგოლის მუხტითა და სიბრტყეზე ინდუცირებული მუხტით შექმნილი ჯამური დაძაბულობა იმ ნახევარსივრცეში, რომელშიც მოთავსებულია დამუხტული რგოლი, იქნება $E=2E_1$. მეორე ნახევარცივრცეში ველის დაძაბულობა ნულის ტოლია.

განვიხილოთ სიბრტყის მცირე ნაწილი, რომელიც O წერტილს შეიცავს და მისი მომცველი ძალიან მცირე ცილინდრული ზედაპირისათვის გამოვიყენოთ გაუსის თეორემა:

$$-E\Delta S = \frac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$$

საიდანაც, წინა შედეგების გათვალისწინებით, მიიღება

$$\sigma = -\varepsilon_0 E = -\frac{qL}{2\pi(R^2+L^2)^{3/2}}$$

ამოცანა №4

a) სტაციონალურ რეჟიმში ზედაპირიდან გამოსხივებით დაკარგული სიმძლავრე პლანეტაში გამოყოფილი სიმძლავრის ტოლი უნდა იყოს:

$$P = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{ზედ}}^4$$

საიდანაც

$$T_{\text{ზედ}} = \sqrt[4]{\frac{P}{4\pi\sigma R^2}}$$

b) ფურიეს განტოლება $(r, r + dr)$ რადიალური ვიწრო შრისათვის შემდეგი სახის იქნება:

$$Q = -k\frac{dT}{dr}4\pi r^2 \tau$$

Q სითბოს რაოდენობა □ დროში პლანეტის r რადიუსიან ნაწილში გამოყოფილი ენერგიის ტოლი უნდა იყოს ანუ $Q = P\tau r^3/R^3$. ამრიგად, მიიღება დიფერენციალური განტოლება

$$\frac{dT}{dr} = -\frac{Pr}{4\pi k R^3}$$

ამ განტოლების ინტეგრებით მიიღება

$$T_{\text{ცენტ}} - T_{\text{ზედ}} = \frac{P}{4\pi k R^3}\int_0^R r\,dr = \frac{P}{8\pi k R}$$

ამოცანა №5

1) განვიხილოთ AB გვერდის ბურთულები. მათ შორის მანძილი S' ათვლის სისტემაში, რომელშიც ისინი უძრავია, იქნება

$$a_0 = \frac{a}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}$$

S' ათვლის სისტემის სიჩქარე ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაში იქნება

$$u_{AB} = \frac{v + u}{1 + uv/c^2},$$

ხოლო ბურთულებას შორის მანძილი იქნება

$$a_{AB} = a_0\sqrt{1 - u_{AB}^2/c^2}$$

ამ ფორმულების გამოყენებით მიიღება

$$a_{AB} = \frac{a}{\sqrt{1 - u^2/c^2}}\frac{\sqrt{(1 + uv/c^2)^2 - (u/c + v/c)^2}}{1 + uv/c^2} = a\frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 + uv/c^2}$$

ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაში CD გვერდის ბურთულებს შორის მანძილის ფორმულა მიიღება ზედა ფორმულაში u–ს ნაცვლად (–u)–ს ჩასმით:

$$a_{CD} = a\frac{\sqrt{1 - v^2/c^2}}{1 - uv/c^2}$$

განივ ზომებზე ხვის მოძრაობა არ იმოქმედებს, ამიტომ

$a_{BC} = a_{AD} = a$

2) ხვიასთან დაკავშირებულ ათვლის სისტემაში ხვიის თითოეულ გვერდზე ბურთულების რიცხვია L/a , ამიტომ ხვიის თითოეული გვერდის მუხტია

$$Q_{\text{გვერდის}} = -\frac{Lq}{a}$$

მუხტის ინვარიანტობის გამო იგივეა თითოეული გვერდის მუხტი ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაშიც.

AB გვერდის სიგრძე ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაში არის

$$L_{AB} = L\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

ამ ათვლის სისტემაში ბურთულების რიცხვი AB გვერდზე იქნება

$$N_{AB} = \frac{L_{AB}}{a_{AB}} = \frac{L}{a}\cdot\left(1 + \frac{uv}{c^2}\right)$$

AB გვერდის ჯამური მუხტი (ღერო + ბურთულები) არის

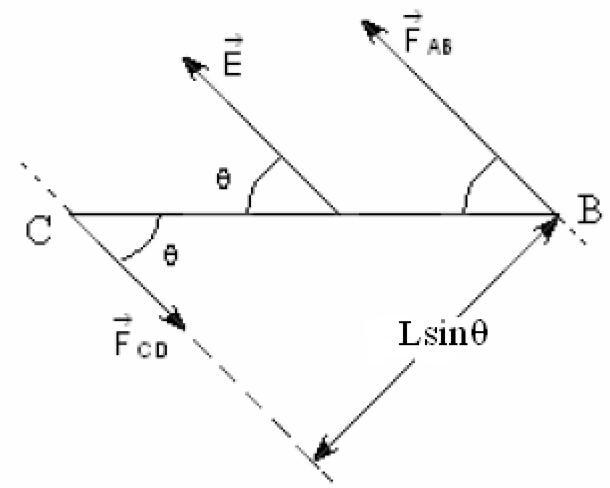
$$Q_{AB} = Q_{\text{გვერდის}} + N_{AB}q = \frac{uvLq}{ac^2}$$

CD გვერდის ჯამური მუხტის ფორმულა მიიღება ზედა ფორმულაში u–ს ნაცვლად (–u)–ს ჩასმით:

$$Q_{CD} = -\frac{uvLq}{ac^2}$$

ცხადია დანარჩენი ორი გვერდის ჯამური მუხტი ლაბორატორიულ ათვლის სისტემაშიც ნულის ტოლი იქნება.

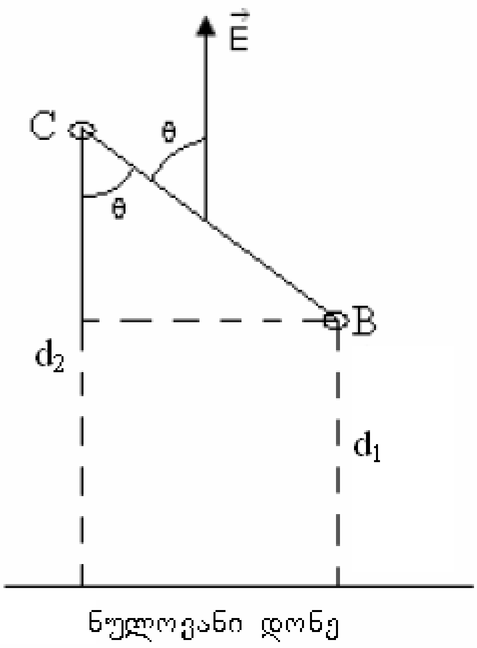
3) ელექტრულ ველში და გვერდებზე მოქმედებს მოდულით ტოლი და საწინააღმდეგოდ მიმართული ძალები (იხ. ნახ.). ისინი ქმნიან ერთი და იმავე მაბრუნებელ მომენტს ნახაზის სიბრტყის მართობული ნებისმიერი ღერძის მიმართ.



$$F_{AB} = F_{CD} = F = Q_{AB}E = \frac{uvLqE}{ac^2}$$

$$M = FL\sin\theta = \frac{uvL^2E\sin\theta}{ac^2}$$

4) ნულოვანი დონის ნებისმიერად არჩევისას ენერგია ერთი და იგივე იქნება.



$$W = -Q_{AB}d_1E - Q_{CD}d_2E = Q_{AB}E(d_2 - d_1) = \frac{uvL^2qE\cos\theta}{ac^2}$$