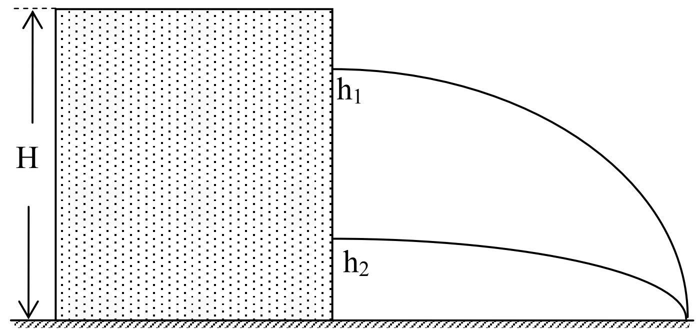
პირველი ტური ამოცანა №1

წყლიანი ფართო ჭურჭლის გვერდით შვეულ კედელზე გაკეთებულია ორი პატარა ნახვრეტი. ერთი მათგანი h_1=10 სმ სიმაღლეზეა ჭურჭლის ფსკერიდან, მეორე კი h_2=20 სმ სიმაღლეზე. ამ ნახვრეტებიდან გამოსული წყლის ჭავლები აღწევენ ჭურჭლის ფსკერის დონეს ერთსა და იმავე მანძილზე ჭურჭლის კედლიდან (იხ.ნახ.).



ა) რა სიმაღლისაა წყლის დონე ჭურჭელში?

ბ) რისი ტოლი გახდება მანძილი ამ ჭურვების დაცემის წერტილებს შორის, როდესაც წყლის დონე ჭურჭელში დაიწევს 5 სმ-ით? **5 ქულა**

ამოხსნა

ნახვრეტიდან გამოსული m ის მასის სიჩქარე განისაზღვრება ენერგიის მუდმივობის კანონიდან:

$$mgh = \frac{mV_0^2}{2} \qquad V_0 = \sqrt{2gh}$$ #

სადაც h არის ნახვრეტს სიღრმე წყლის თავისუფალი ზედაპირიდან, V_0 კი წყლის ჭავლის საწყისი სიჩქარეა. მიღებული ფორმულა ცნობილია ტორიჩელის ფორმულის სახელით.

ამოცანის პირობებში მივიღებთ:

$$V_{01} = \sqrt{2g(H-h_1)}$$ #

$$V_{02} = \sqrt{2g(H-h_2)}$$ #

ჭურჭლის ფსკერის დონემდე ჭავლის მოძრაობის დორებია

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h_1}{g}} \qquad t_2 = \sqrt{\frac{2h_2}{g}}$$ #

მანძილი ჭავლებს დაცემის წერტილიდან ჭურჭლის კედლამდე შესაბამისად ტოლია

$$S_1 = V_{01}t_1 = 2\sqrt{h_1(H-h_1)}$$

$$S_2 = V_{02}t_2 = 2\sqrt{h_2(H-h_2)}$$

1. მანძილების ტოლობიდან ვიღებთ $H = h_1 + h_2 = 30სმ$
2. სითხის დონის Δh-ით დაწევისას

$$S_1 = 2\sqrt{h_1(h_2-\Delta h)}$$

$$S_2 = 2\sqrt{h_2(h_1-\Delta h)}$$

$$S_1 - S_2 \approx 4.5სმ$$ #

პირველი ტური ამოცანა №2

ასაფეთქებელ კამერაში შეუშვეს ოთახის ტემპერატურის მეთანისა და ჟანგბადის ნარევი. ნარევის წნევა იყო 10^5 პა. ჟანგბადის და მეთანის პარციალური წნევები კამერაში ერთნაირი იყო. კამერის ჰერმეტიზაციის შემდეგ მოახდინეს აფეთქება. მოხდა $CH_4 + 2O_2 = CO_2 + 2H_2O$ რეაქცია. განსაზღვრეთ, რისი ტოლი იქნებოდა წნევა კამერაში რეაქციის პროდუქტების საწყის ტემპერატურამდე გაცივების შემდეგ, რომლის დროსაც წყლის ნაჯერი ორთქლის წნევაა 2300 პა. ***4ქულა***

ამოხსნა:

რადგანაც ერთ ტემპერატურაზე მეთანსა და ჟანგბადს ტოლი პარციალური წნევები აქვთ, ამიტომ მათი ნივთიერების რაოდენობაც ერთმანეთის ტოლია. ვთქვათ ეს არის ν მოლი. თითოეული აირის პარციალური წნევაა 5×10^4 პა. რეაქციის ფორმულიდან ჩანს, რომ ν მოლ ჟანგბადთან რეაქციაში შედის ν/2 მოლი მეთანი. რეაქციის შემდეგ გვექნება ν/2 მოლი მეთანი, ν/2 მოლი ნახშირორჟანგი და ν მოლი წყალი. საწყის ტემპერატურამდე გაცივების შემდეგ ν/2 მოლი მეთანის პარციალური წნევა იქნება, ν/2 მოლი ნახშირორჟანგისაც – იგივე 2.5×10^4 პა. რაც შეეხება წყალს, თუ ის მთლიანად ორთქლად დარჩებოდა, მას ექნებოდა 5×10^4 პა პარციალური წნევა, მაგრამ ეს მეტია წყლის ნაჯერი ორთქლის წნევაზე, ამიტომ წყლის ნაწილი იქნება თხევადი, ხოლო ნაწილი იქნება ნაჯერი ორთქლის სახით და ექნება 2300 პა წნევა. კამერაში საბოლოო წნევა იქნება 52300 პა (თხევად მდგომარეობაში წყლის დაკავებულ მოცულობას ცხადია უგულებელვყოფთ კამერის მოცულობასთან შედარებით).

პირველი ტური ამოცანა №3

***R* რადიუსის და *M* მასის თხელკედლიან არაგამტარ თანაბრად დამუხტულ სფეროს აქვს დიამეტრალურად მოპირდაპირე ორი პატარა ხვრელი. სფეროს მუხტია *Q*. თავდაპირველად სფერო უძრავია. ხვრელების შემაერთებელი წრფის გასწვრივ უსასრულობიდან სფეროსკენ მოძრაობს *v* სიჩქარის, *m* მასის და *q* მუხტის მქონე ნაწილაკი (*Qq*>0). გრავიტაცია უგულებელყავით. კულონის მუდმივაა *k*.**

1. დაადგინეთ, რა პირობა უნდა შესრულდეს, რომ ნაწილაკი გაძვრეს სფეროში.

2. განსაზღვრეთ რა დროის განმავლობაში იმოძრავებს ნაწილაკი სფეროს შიგნით, როდესაც შესრულებულია ზედა პუნქტის პირობა. 6 ქულა

ამოხსნა:

1. v_0 კრიტიკული სიჩქარე განისაზღვრება იმ პირობიდან, რომ სფეროსთან მიღწევის მომენტში ნაწილაკისა და სფეროს სიჩქარეები ერთმანეთის ტოლი ხდება. ვთქვათ ეს სიჩქარეა u.

$mv_0=(m+M)u$ (იმპულსის მუდმივობის კანონი)

$$\frac{mv_0^2}{2}=\frac{(m+M)u^2}{2}+\frac{kQq}{R}$$ (ენერგიის მუდმივობის კანონი)

აქედან მიიღება, რომ

$$v_0=\sqrt{\frac{2kQq(m+M)}{mMR}}$$ სფეროში გაძრომის პირობაა: $$v>\sqrt{\frac{2kQq(m+M)}{mMR}}$$

2. სფეროს ზედაპირთან მიღწევისას ნაწილაკის სიჩქარე იყოს v_1, ხოლო სფეროს კი – v_2. ცხადია, რომ $v_1> v_2$. სფეროს შიგნით ელექტრული ველი არ გვაქვს, ამიტომ აქ მოხვედრის შემდეგ, სფეროდან გამოსვლის მომენტამდე, ნაწილაკისა და სფეროს მოძრაობა თანაბარია. ამიტომ $t=2R/(v_1–v_2)$.

$mv=mv_1+Mv_2$ (იმპულსის მუდმივობის კანონი)

$$\frac{mv^2}{2}=\frac{mv_1^2}{2}+\frac{Mv_2^2}{2}+\frac{kQq}{R}$$ (ენერგიის მუდმივობის კანონი)

აქედან მიიღება

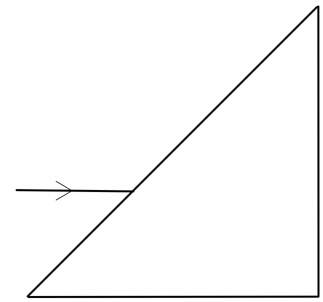
$$v_1-v_2=\sqrt{v^2-v_0^2}$$

და

$$t=\frac{2R}{\sqrt{v^2-v_0^2}}$$

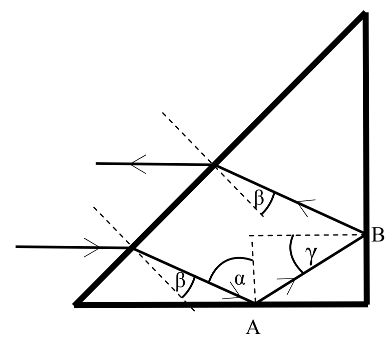
პირველი ტური ამოცანა №4

რა მინიმალური მნიშვნელობა უნდა ქონდეს მართკუთხა ტოლფერდა პრიზმის გარდატეხის მაჩვენებელს იმისათვის, რომ მისი ქვედა წახნაგის პარალელურად დაცემული სხივი პრიზმიდან გამოვიდეს უკან თავისი თავის პარალელურად (იხ.ნახ.)? (5 ქულა)



ამოხსნა

ნახაზზე ნაჩვენებია ერთერთი ამოხსნა (1 ქულა). არსებობს სიმეტრიული შემთხვევაც და მისთვის ამოხსნა ანალოგიურია. ამოცანის პირობის შესასრულებლად საჭირპა, რომ A და B წერტილებში მოხდეს სრული შინაგანი არეკვლა (1 ქულა). გარედან დაცემული სხივისთვის გარდატეხის კანონია:



$$\frac{\sin 45^0}{\sin \beta} = n \qquad (*)$$

ნახაზიდან:

A წერტილში დაცემის კუთხისათვის

$$90^0 - \alpha + 90^0 + \beta + 45^0 = 180^0 \qquad \Rightarrow \qquad \alpha = 45^0 + \beta$$

B წერტილში დაცემის კუთხისათვის

$$\gamma + \alpha = 90^0 \qquad \Rightarrow \qquad \gamma = 45^0 - \beta < \alpha \qquad (**)$$

ამრიგად, თუ B წერტილში მოხდა სრული შინაგანი არეკვლა, იგი აუცილებლად მოხდება A წერტილშიც.

B წერტილში სრული შინაგანი არეკვლის პირობაა $\sin\gamma = \dfrac{1}{n}$

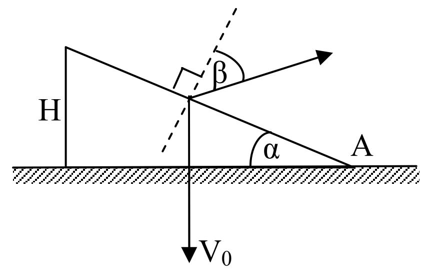
(*) და (**) ფორმულების გამოყენებით:

$\sin\beta = \dfrac{1}{n\sqrt{2}}$ და $\sin\left(45^0 - \beta\right) = \dfrac{1}{n}$

აქედან მივიღებთ, რომ

$$n = \sqrt{5}$$

პირველი ტური ამოცანა №5



გლუვ ჰორიზონტალურ ზედაპირზე დევს **M** *მასისა და* **H** *სიმაღლის მართკუთხა სამწახნაგა პრიზმა, რომლის კუთხე ფუძესთან უდრის α (იხ.ნახ.). პრიზმის დახრილი წახნაგის შუაწერტილზე V_0 სიჩქარით ვერტიკალურად ვარდება* **m** *მასის ბურთი და მისგან აბსოლუტურად დრეკადად აირეკლება.*

1. რა კუთხით აირეკლება ეს ბურთი? მიიღეთ ზოგადი ფორმულა. (5 ქულა)

შემდგომში აიღეთ α =30⁰.

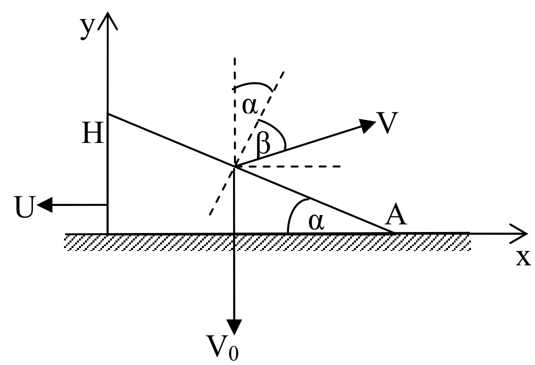
2. რისი ტოლი უნდა იყოს ბურთისა და პრიზმის მასების შეფარდება იმისათვის, რომ ბურთი ჰორიზონტალურად აირეკლოს? (2 ქულა)

3. ამ შემთხვევაში რა თანაფარდობა უნდა იყოს საწყის V_0 სიჩქარესა და პრიზმის **H** *სიმაღლეს შორის იმისათვის, რომ არეკვლის შემდეგ ბურთი მოხვდეს პრიზმის კიდურა* **A** *წერტილში? (3 ქულა)*

ჩათვალეთ, რომ პრიზმა მოძრაობს მხოლოდ ჰორიზონტალურად.

(10 ქულა)

ამოხსნა



1. მიღებული აღნიშვნები მოყვანილია ნახაზზე. მაშინ სიჩქარეთა გეგმილები x და y ღერძებზე შემდეგია:

$V_{0x} = 0 \quad V_{0y} = -V_0$

$V_x = V\sin(\alpha+\beta) \quad Vy = V\cos(\alpha+\beta)$

$U_x = -U \quad U_y = 0$

ამის გათვალისწინებით ენერგიისა და იმპულსის ჰორიზონტალური გეგმილის შენახვის განტოლებებს აქნება შემდეგი სახე:

$$mV\sin(\alpha+\beta) = MU \quad (1)$$

და

$$mV_0^2 = mV^2 + MU^2 \quad (2)$$

გარდა ამ ორი განტოლებისა, გამოვიყენოთ ის გარემოება, რომ აბსოლუტურად დრეკადი დაჯახებისას ინახება ბურთის სიჩქარის გეგმილი დახრილი სიბრტყის მიმართულებაზე:

$$V\sin\beta = V_0\sin\alpha \quad (3)$$

(2) და (3) განტოლებების გამოყენებით:

$$V_0 > V \Rightarrow \beta > \alpha$$

შემოვიღოთ აღნიშვნა: $\varepsilon = \dfrac{m}{M}$

(1) – (3) ტოლობების გამოყენებით მივიღებთ:

$$\sin^2\alpha\left\{1+\varepsilon\sin^2(\alpha+\beta)\right\}=\sin^2\beta$$

ეს განტოლება შეიძლება მივიყვანოთ შემდეგ სახემდე:

$$tg\beta=\frac{1+\varepsilon\sin^2\alpha}{1-\varepsilon\sin^2\alpha}tg\alpha \qquad (*)$$

ეს არის საძიებელი ფორმულა.

2. (*)-დან ადვილი მისარებია:

$$\varepsilon=\frac{tg\beta-tg\alpha}{\sin^2\alpha(tg\alpha+tg\beta)}$$

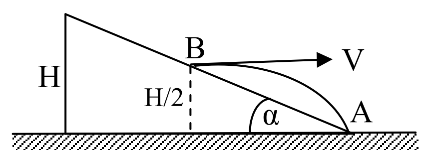
ნახაზიდან ადვილი მისახვედრია, რომ ბურთის ჰორიზონტალურად არეკვლისას $\beta=60^0$. ამ მნიშვნელობის და ამოცანის პირობის გამოყენებით მივიღებთ, რომ $\varepsilon=2$. ანუ იმისათვის, რომ ბურთი ჰორიზონტალურად აირეკლოს, უნდა შესრულდეს თანაფარდობა

$$m=2M$$

3. α და β კუთხეების მნიშვნელობების გამოყენებით ადვილი მისაღებია, რომ

$$V=\frac{V_0}{\sqrt{3}} \quad \text{და} \quad U=\frac{2V_0}{\sqrt{3}}$$

გავითვალისწინოთ,



რომ პრიზმა სრიალებს მარცხნივ მუდმივი U სიჩქარით:

$$AB\cos\alpha=(V+U)t$$

ხოლო

$$t=\sqrt{\frac{H}{g}}$$

მაშინ საბოლოოდ მივიღებთ: $V_0=\sqrt{\dfrac{gH}{4}}$