

## II ტური

4. იპოვეთ ყველა შესაძლო  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  ფუნქცია ისეთი, რომ ყოველი  $x, y \in \mathbb{R}$  რიცხვებისთვის სრულდებოდეს:  $f(x + yf(x)) = f(f(x)) + xf(y)$ .

5. ვთქვათ,  $ABC$  არის მახვილკუთხა სამკუთხედი, ხოლო  $\omega$  არის წრეწირი, რომლის  $L$  ცენტრი მდებარეობს  $BC$  გვერდზე და ეხება  $AB$  და  $AC$  გვერდებს შესაბამისად  $B'$  და  $C'$  წერტილებში. ვთქვათ  $ABC$  სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირის  $O$  ცენტრი მდებარეობს  $\omega$  წრეწირის უმცირეს  $B'C'$  რკალზე. დამტკიცეთ, რომ  $ABC$  სამკუთხედზე შემოხაზული წრეწირი და  $\omega$  წრეწირი იკვეთება ორ წერტილში.

6. იპოვეთ  $\frac{1}{a^2-2a+5} + \frac{1}{b^2-2b+5} + \frac{1}{c^2-2c+5}$  გამოსახულების მინიმალური მნიშვნელობა, სადაც  $a$ ,  $b$  და  $c$  ისეთი არაუარყოფითი ნამდვილი რიცხვებია, რომ  $a + b + c = 1$ . (პასუხი დაასაბუთეთ)