

## I ტური

1. ვთქვათ  $ABCD$  არის წრეწირში ჩახაზული ოთხკუთხედი, რომლის მოპირდაპირე გვერდები არ არის პარალელური და რომლის დიაგონალები იკვეთება  $E$  წერტილში.  $F$  და  $G$  არიან შესაბამისად  $AB$  და  $CD$  გვერდების შუაწერტილები, ხოლო  $I$  არის  $AC$  წერტილზე გამავალი წრფე, რომელიც  $AB$  წრფის პარალელურია.  $E$  წერტილიდან  $I$  წრფეზე და  $CD$  გვერდზე დაშვებული მართობების ფუძეები არიან შესაბამისად  $H$  და  $K$  წერტილები. ვთქვათ  $M$  არის  $EF$  და  $HK$  წრფეების გადაკვეთის წერტილი, ხოლო  $N$  არის  $EH$  მონაკვეთის შუაწერტილი. დაამტკიცეთ, რომ  $EH = 2MN$ .

2. ინტერნეტ ფორუმში მონაწილეობს 2012 პიროვნება. ყოველ მათგანს ჯგუფში "მეგობრები" ჰყავს არანაკლებ 1341 ადამიანი დანარჩენი 2011 მონაწილიდან. დაამტკიცეთ, რომ შესაძლებელია მოხდეს ისე, რომ ამ ფორუმის ყოველ ოთხ მონაწილეს შორის მოიძებნოს ისეთი ორი მონაწილე, რომლებიც ერთმანეთის "მეგობრებში" არ არიან. (იგულისხმება, რომ თუ პიროვნება  $a$  წერია პიროვნება  $b$ -ს "მეგობრებში", მაშინ  $b$ -ც წერია  $a$ -ს "მეგობრებში").

3. ვთქვათ,  $a$  და  $b$  ისეთი მთელი რიცხვებია, რომ ტოლობა  $a - b = a^n \cdot c - b^n \cdot d$ , სრულდება რომელიღაც მთელი დადებითი  $n$  რიცხვისათვის და ისეთი მთელი  $c$  და  $d$  რიცხვებისათვის, რომელთათვისაც  $|c - d| = 1$ . დაამტკიცეთ, რომ  $\sqrt[n]{|a - b|}$  მთელი რიცხვია.